



XVIII Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

4 клас

1. Скільки кубиків треба додати до фігури, зображеної на рисунку 1, щоб вийшла фігура, зображена на рисунку 2? Відповідь поясніть.

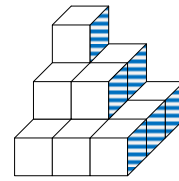


рис. 1

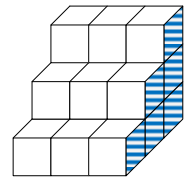


рис. 2

2. Незнайко накреслив три прямих лінії і позначив на них 6 точок. Виявилося, що на кожній прямій він позначив три точки. Покажіть, як він це зробив.

3. Розріжте фігуру, зображену на рисунку 3, на п'ять частин однакової форми і однакового розміру так, щоб до кожної частини попав рівно один смугастий квадратик.

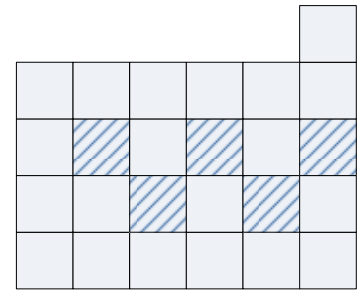


рис. 3

4. Позавчора школярі зібрали макулатури на 3 кг більше, ніж вчора, а вчора — на 40 кг менше, ніж позавчора і сьогодні разом. Скільки кілограмів макулатури зібрали школярі сьогодні? Відповідь поясніть.
5. У школі 18 учителів. Кожен з них або добрий, або злий. Відомо, що серед будь-яких трьох учителів принаймні один добрий. Яка найбільша можлива кількість злих учителів? Відповідь поясніть.
6. Дід удвічі сильніший за Бабу, Баба втричі сильніша за Онучку, Онучка вчетверо сильніша за Жучку, Жучка вп'ятеро сильніша за Кішку, Кішка вшестеро сильніша за Мишку. Без Мишки всі інші Ріпку витягти не можуть, а з нею — можуть. Скільки потрібно Мишок, щоб вони самі витягли Ріпку? Відповідь поясніть.

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено


Час виконання роботи — 45 хвилин

Київ, ліцей «Лідер»
17 квітня 2010 року



XVIII Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

5 клас

1. Знайдіть найменше натуральне число, яке закінчується на 12, ділиться на 12 і має суму цифр, що дорівнює 12. Відповідь поясніть.
2. Шнур завдовжки 64 м згинають навпіл і розрізають у місці згину, потім отримані шматки знову згинають навпіл і *одночасно* розрізають. Так роблять доти, доки не отримають шматки шнура довжиною 2 м. Скільки разів потрібно розрізати шнур? Відповідь поясніть.
3. На острові проживають 2010 мешканців, кожен з яких або лицар (завжди говорить правду), або брехун (завжди бреше). Одного разу всі жителі острова розбилися на пари, і кожен про свого напарника сказав одну із фраз: «він лицар» або «він брехун». Чи могло виявитися так, що тих і інших фраз було вимовлено порівну? Відповідь поясніть.
4. Яку найбільшу кількість куточків вигляду , що складаються з трьох квадратів 1×1 , можна помістити в прямокутник 5×7 ? (Куточки можна повертати і перевертати, але не можна накладати один на одний.) Відповідь поясніть.
5. У Аліси живе крокозябра. Кожного дня вона з'їдає бананів рівно вдвічі більше за свою вагу, а кожної ночі худне втричі. Їдучи на чотириденні канікули, Аліса залишила їй 40 кг бананів, і цього крокозябрі вистачило точно. Скільки важила крокозябра до від'їзду Аліси?

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 1,5 години

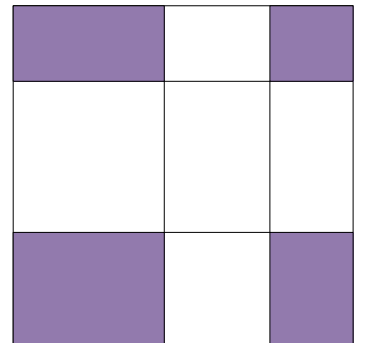
Київ, ліцей «Лідер»
17 квітня 2010 року



XVIII Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

6 клас

1. Знайдіть найменше натуральне число, яке закінчується на 16, ділиться націло на 16 і має суму цифр, що дорівнює 16. Відповідь поясніть.
2. На острові проживають 2010 мешканців, кожен з яких або лицар (завжди говорить правду), або брехун (завжди бреше). Одного разу всі жителі острова розбилися на пари, і кожен про свого напарника сказав одну із фраз: «він лицар» або «він брехун». Чи могло виявитися так, що тих і інших фраз було вимовлено порівну? Відповідь поясніть.
3. Рома на кожній перерві з'їдав більше цукерок, ніж на попередній, і за всі 5 перерв з'їв 31 цукерку. Скільки цукерок він міг з'їсти на четвертій перерві, якщо на першій він з'їв у 3 рази менше, ніж на п'ятій? Відповідь поясніть.
4. Кожен з членів журі запропонував для олімпіади однакову кількість задач. Усі запропоновані задачі виявилися різними. З них склали загальний список, з якого кожен член журі викреслив по 4 задачі (жодну з задач не викреслювали двічі). У результаті в списку залишилося 5 задач. Скільки всього було членів журі? Відповідь поясніть.
5. Квадрат 100×100 розбитий двома горизонтальними і двома вертикальними лініями (не обов'язково по клітинках) на 9 прямокутників. Сторони центрального прямокутника дорівнюють 45 і 30. Знайдіть суму площ прямокутників, виділених на рисунку кольором. Відповідь поясніть.



Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 2 години

Київ, ліцей «Лідер»
17 квітня 2010 року



XVIII Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

7 клас

1. Знайдіть найменше натуральне число, яке закінчується на 16, ділиться націло на 16 і має суму цифр, що дорівнює 16. Відповідь поясніть.
2. Додатні числа a і b такі, що $a^2 + b = b^2 + a$. Чи вірно, що $a = b$? Відповідь поясніть.
3. На катеті AC прямокутного трикутника ABC відмітили точки M і F (точка M належить відрізку AF), а на катеті BC — точки N і Q так, що $MN \parallel AB$, $FQ \parallel AB$, $MN = AM$, $FQ = QN$. Знайдіть величину кута ANF . Відповідь поясніть.
4. Кожен з членів журі запропонував для олімпіади однакову кількість задач. Усі запропоновані задачі виявилися різними. З них склали загальний список, з якого кожен член журі викреслив по 4 задачі (жодну з задач не викреслювали двічі). У результаті в списку залишилося 5 задач. Скільки всього було членів журі? Відповідь поясніть.
5. Натуральне число n називають гарним, якщо число $n^2 + 1$ ділиться націло на 2011. Доведіть, що серед чисел 1, 2, 3, ..., 2010 парна кількість гарних чисел. Відповідь поясніть.
6. Є числа 1, 2, 4, 6. Дозволяється вибрати будь-які два з наявних чисел і помножити їх на одне і те саме натуральне число. Чи можна за декілька таких операцій зробити всі числа рівними? Відповідь поясніть.

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 3 години

Київ, ліцей «Лідер»
17 квітня 2010 року