

6 клас. Відповіді та вказівки

1. Замініть у прикладі букви на цифри так, щоб додавання було виконано правильно. Однаковим буквам відповідають однакові цифри, а різним буквам — різні цифри. Обґрунтуйте відповідь. Розташуйте літери у порядку збільшення цифр, що їм відповідають. Яке слово вийшло?

$$\begin{array}{r} \text{Е І Р Е Д} \\ + \text{Е Л Л Е Л} \\ \hline \text{І Л Д Л Л Д} \end{array}$$

Відповідь. Л = 0, І = 1, Д = 2, Е = 5, Р = 9. Після впорядкування за зростанням цифр, отримуємо слово «ЛІДЕР».

Розв'язання. З останнього стовпчика прикладу відразу отримуємо, що Л = 0. Тоді з передостаннього стовпчика Е = 5 або Е = 0. Очевидно, що другий варіант нас не влаштовує, оскільки Е та Л не можуть відповідати однаковим цифрам, отже Е = 5. Дивлячись на розряд сотень, помічаємо, що Р + 1 + 0 має закінчуватись на 0 (1 береться завдяки переносу з розряду десятків), отже Р = 9. З додавання найстарших розрядів очевидно, що І = 1. Тепер цілком зрозуміло, що Д = 2.

$$\begin{array}{r} 5 \ 1 \ 9 \ 5 \ 2 \\ + 5 \ 0 \ 0 \ 5 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

2. Сашко написав у ряд перші 25 натуральних чисел. Юрко хоче їх розділити на дві групи так, щоб суми чисел у цих групах виявилися однаковими. Чи вдасться Юркові це зробити? Відповідь обґрунтуйте.

Відповідь. Не вдасться.

Розв'язання. Достатньо довести, що сума перших 25 натуральних чисел — непарне число. Дійсно, непарне число не можна представити у вигляді суми двох однакових доданків. Маємо:

$$1 + 2 + 3 + \mathbf{K} + 23 + 24 + 25 = (1 + 25) + (2 + 24) + \mathbf{K} + (12 + 14) + 13 = 26 \cdot 12 + 13 = 325.$$

3. Коли пасажери увійшли до порожнього трамваю, половина їх зайняла місця для сидіння. Скільки було пасажирів, якщо після першої зупинки їхня кількість збільшилася рівно на 8% і відомо, що трамвай вміщує не більше 70 пасажирів? Відповідь обґрунтуйте.

Відповідь. 50.

Розв'язання. Нехай кількість пасажирів дорівнює n . З умови випливає, що n — парне число. Крім того, число $\frac{n \cdot 8}{100} = \frac{2n}{25}$ — число ціле. Це можливо лише при умові, що n ділиться націло на 25. Єдине парне число, яке не перевищує 70 і ділиться націло на 25, — число 50.

4. Наталка задумала три різні цифри, відмінні від нуля. Іринка записала всі можливі двоцифрові числа, в десятковому запису яких використовувалися лише ці цифри (всього 9 двоцифрових чисел). Сума записаних чисел виявилася рівною 759. Які цифри задумала Наталка? Відповідь обґрунтуйте.

Відповідь. 6, 8, 9.

Розв'язання. Позначимо цифри, які задумала Наталка, через a , b , c . Нехай $a < b < c$. Маємо:

$$\begin{aligned} \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{aa} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{bb} + \overline{ca} + \overline{cb} + \overline{cc} &= (10a + b) + (10a + c) + (10a + a) + \\ &+ (10b + a) + (10b + c) + (10b + b) + (10c + a) + (10c + b) + (10c + c) = 33(a + b + c) = 759. \end{aligned}$$

Звідси $a + b + c = 23$.

Якщо $c < 9$, то $a + b + c \leq 6 + 7 + 8 = 21$. Тобто $c = 9$.

Маємо $a + b = 14$. Якщо $b < 8$, то $a + b \leq 6 + 7 = 13$, тобто $b = 8$, $a = 6$.